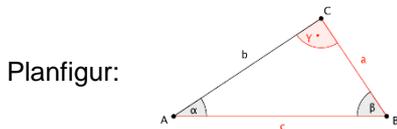


Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken mit Sinus und Kosinus

Die Beziehungen für **Sinus** und **Kosinus** in rechtwinkligen Dreiecken ergänzen die schon bekannten Beziehungen für den **Tangens**, die **Innenwinkelsumme** und den **Satz des Pythagoras**. Für die Berechnung fehlender Größen sind nahezu immer **mehrere Rechenwege** möglich.

1. Beispiel: Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $a = 4 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$ und $\gamma = 90^\circ$. Berechne b , α und β .



Zeichne zunächst eine Planfigur und trage die gegebenen Stücke ein!

Möglicher Rechenweg:

$$b = \sqrt{7^2 - 4^2} \text{ cm} = \sqrt{33} \text{ cm} = 5,74 \text{ cm}$$

Die Kathete b kann mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden: Aus $a^2 + b^2 = c^2$ erhält man $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

$$\sin \alpha = \frac{4 \text{ cm}}{7 \text{ cm}} = 0,571428571 ; \alpha = \sin^{-1}(0,571428571) = 34,85^\circ$$

Der Winkel α kann mit dem Sinus berechnet werden

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

Alternative: Den Winkel α könnte man auch mit dem Kosinus oder dem Tangens und dem (bereits selbst berechneten) Wert von b berechnen:

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c} \quad \text{bzw.} \quad \tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b}$$

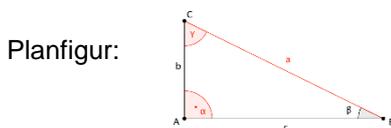
Musste der Wert von b aber (wie in diesem Beispiel) gerundet werden, so ist diese Berechnung weniger genau!

$$\beta = 90^\circ - 34,85^\circ = 55,15^\circ$$

Der Winkel β wird mit der Innenwinkelsumme $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ berechnet. Da $\gamma = 90^\circ$ ist, gilt auch $\alpha + \beta = 90^\circ$ und damit $\beta = 90^\circ - \alpha$.

Alternative: Der Winkel β kann auch mit $\cos \beta = \frac{\text{Ankathete von } \beta}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$ berechnet werden.

2. Beispiel: Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $\alpha = 90^\circ$, $\gamma = 65^\circ$ und $a = 8 \text{ cm}$. Berechne b , c und β .



Möglicher Rechenweg:

$$\cos 65^\circ = \frac{b}{8 \text{ cm}} ; b = 8 \text{ cm} \cdot \cos 65^\circ = 3,38 \text{ cm}$$

$$\sin 65^\circ = \frac{c}{8 \text{ cm}} ; c = 8 \text{ cm} \cdot \sin 65^\circ = 7,25 \text{ cm}$$

$$\beta = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$$