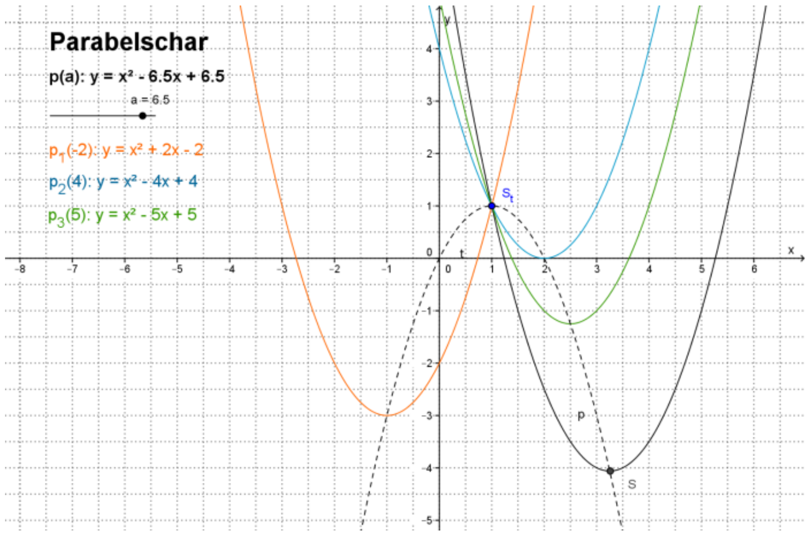
Parabelscharen

Enthält die Gleichung einer quadratischen Funktion außer den Variablen x und y noch eine weitere Variable, so ist sie Gleichung einer **Parabelschar**. Mit einer Gleichung wird damit eine **Menge von Parabeln** definiert.



Beispiel: Gegeben ist die Gleichung

p(a): $y = x^2 - ax + a$.

1) Belegt man die Variable a mit verschiedenen Werten, erhält man die Gleichungen einzelner Parabeln der Schar:

p(-2): $y = x^2 + 2x - 2$
p(4): $y = x^2 - 4x + 4$
p(5): $y = x^2 - 5x + 5$

Diese Gleichungen können nun auf Scheitelform gebracht und die Parabeln gezeichnet werden.

2) Für die Parabelschar existiert kein einzelner Scheitelpunkt, aber eine **Menge von Scheitelpunkten, deren Koordinaten ebenfalls die Variable a enthalten**. Hierzu bringt man die Gleichung der Parabelschar auf Scheitelform:

p(a): $y = x^2 - ax + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + a$

$y = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + a \quad \rightarrow \quad S\left(\frac{a}{2} \middle| -\frac{a^2}{4} + a\right)$

3) Setzt man mit den Koordinaten x_S und y_S der Scheitelpunkte das Gleichungssystem $x = x_S \wedge y = y_S$ an und eliminiert die Variable a, erhält man die Gleichung des so genannten **Trägergraphen** t der Scheitelpunkte. Auf ihm liegen alle Scheitelpunkte der Parabelschar.

$$\begin{array}{|l} x = \frac{a}{2} \\ \wedge\ y = -\frac{a^2}{4} + a \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|l} 2x = a \\ \wedge\ y = -\frac{(2x)^2}{4} + 2x \\ \hline \end{array}$$

t: $y = -\frac{4x^2}{4} + 2x \ ; \ y = -x^2 + 2x$

Der hier errechnete Trägergraph t: $y = -x^2 + 2x$ ist wiederum eine Parabel. Um den Trägergraphen zu zeichnen, wird auch diese Gleichung auf Scheitelform gebracht:

t: $y = -(x^2 - 2x)$
$y = -(x^2 - 2x + 1^2 - 1)$
$y = -[(x-1)^2 - 1]$
$y = -(x-1)^2 + 1] \quad \rightarrow \quad S_t(1|1)$