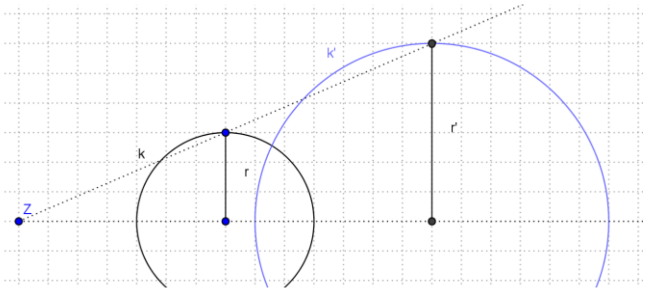
Kreisumfang

Der Kreisumfang lässt sich z.B. durch Abrollen bestimmen, dann kann man Kreisumfang und Durchmesser abmessen:

Jeder Kreis lässt sich durch zentrische Streckung auf jeden anderen Kreis abbilden:



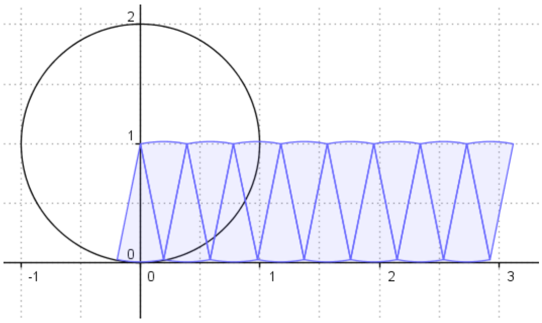
→ einander entsprechende Längen stehen im gleichen Verhältnis. Wendet man dies auf Umfang und Durchmesser der Kreise an, so gilt:

Der Quotient von Umfang u und Durchmesser d ist für alle Kreise konstant: $\frac{u}{d} = 3{,}14\ldots$ Diese Zahl definiert man als so genannte "Kreiszahl" und benennt sie mit dem griechischen Buchstaben π ("pi").

Für den **Kreisumfang** gilt damit $u = \pi \cdot d$ und mit $d = 2r$ erhält man: $u = \pi \cdot 2r$

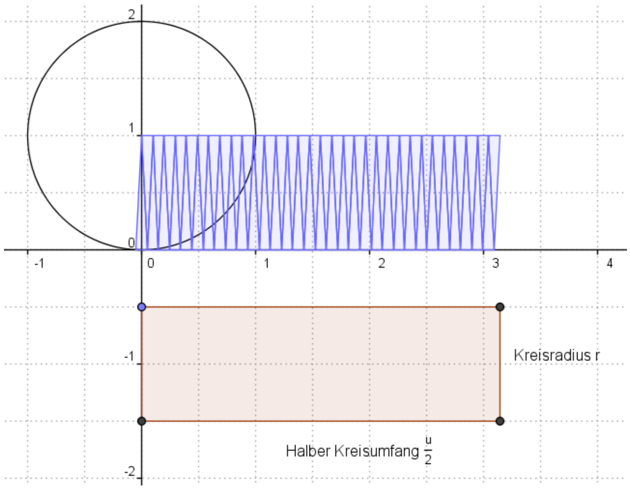
Kreisfläche

Für die Bestimmung der Kreisfläche zerlegt man einen Kreis in Sektoren und fügt diese zu einer "rechteckähnlichen" Figur zusammen:



Vergrößert man die Zahl der Sektoren immer weiter, wird die aus den Sektoren zusammengesetzte Figur einem Rechteck immer ähnlicher.

Für "gedachte" unendlich viele Sektoren erhält man auf diese Art ein dem Kreis flächengleiches Rechteck:

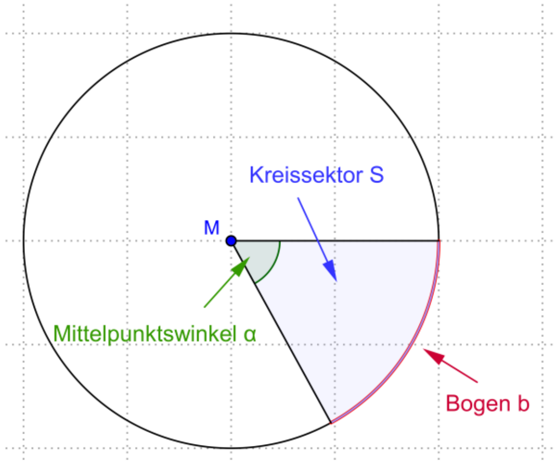


Für die **Kreisfläche** gilt damit $A = \frac{u}{2} \cdot r$

und mit $u = \pi \cdot 2r$ erhält man $A = \frac{\pi \cdot 2r}{2} \cdot r$

bzw.: $A = \pi \cdot r^2$

Kreissektor



Ein Kreissektor ist durch seinen Radius und seinen Öffnungswinkel, den so genannten "Mittelpunktswinkel", festgelegt. Begrenzt wird er von zwei Radien und einem Kreisbogenstück oder kurz "Bogen."

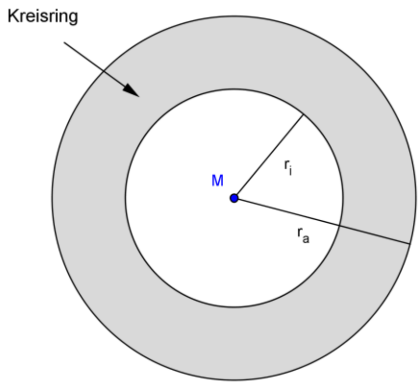
Die Länge des Bogens b verhält sich zum Kreisumfang u wie das Maß des Mittelpunktswinkels α zum Vollwinkel 360°. Damit gilt:

$$b = \pi \cdot 2r \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

Die Fläche des Kreissektors A_S verhält sich zur Kreisfläche A wie das Maß des Mittelpunktswinkels α zum Vollwinkel 360°. Damit gilt:

$$A_S = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

Kreisring und Kreissegment

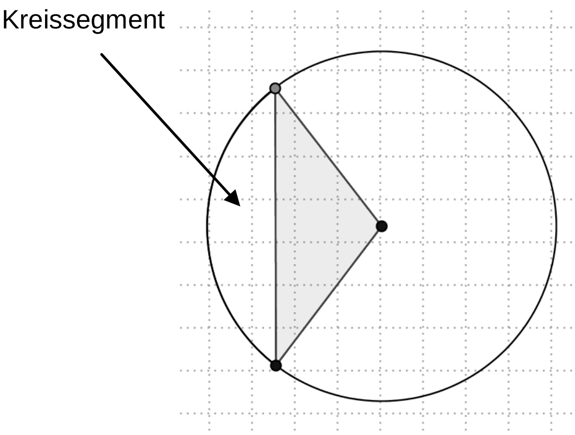


Die Fläche eines "Kreisrings" ist die Differenz der Flächen eines äußeren und eines inneren Kreises, die beide den gleichen Mittelpunkt haben (="konzentrische" Kreise). Hat der äußere Kreis den Radius r_a und der innere den Radius r_i, so gilt:

$$A_{Kreisring} = \pi \cdot r_a^2 - \pi \cdot r_i^2 = \pi\,(r_a^2 - r_i^2)$$

Die Fläche eines Kreissegments errechnet sich aus der Differenz der Flächen des Kreissektors und des Dreiecks:

Ohne trigonometrische Funktionen (9. Klasse) muss die Dreiecksfläche herkömmlich berechnet werden (aus Grundlinie und Höhe oder im Koordinatensystem mit Hilfe von Vektoren):



$$A_{Segment} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} - A_{Dreieck}$$

Mit Kenntnis der trigonometrischen Funktionen (10. Klasse) kann folgende Formel verwendet werden:

$$A_{Segment} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} - \frac{1}{2}\, r^2 \sin\alpha$$