Exponentialfunktionen

Gleichungen der Form $y = a^x$ mit $a \in R^+ \setminus \{1\}$ und G = R x R stellen sogenannte "**Exponentialfunktionen**" dar. Sie haben folgende Eigenschaften:

- **D = R** ; **W = R^+**

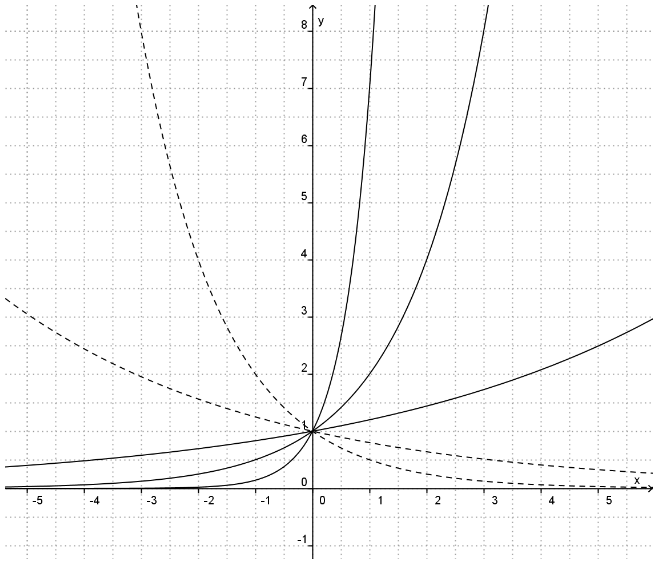
- Alle Funktionsgraphen verlaufen durch den **Punkt P(0/1)**.

- Für **a > 1 steigt** der Graph mit zunehmenden x-Werten **zunächst langsam, dann immer schneller** (exponentielles Wachstum).

- Für **0 < a < 1 fällt** der Graph mit zunehmenden x-Werten **zunächst schnell, dann immer langsamer** (exponentielle Abnahme).

- Die **x-Achse** ist **Asymptote** aller Exponentialfunktionen der Form $y = a^x$.

- Spiegelt man eine Exponentialfunktion f: $y = a^x$ an der y-Achse, so erhält man als Bild wieder eine Exponentialfunktion f' mit der Gleichung $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$



- Exponentialfunktionen können durch Orthogonale Affinität und Parallelverschiebung abgebildet werden. Mit dem Parameterverfahren ermittelt man die Gleichung der Bildfunktion:

  Orthogonale Affinität: $P(x / a^x) \rightarrow x' = x \wedge y' = k \cdot a^x \rightarrow P'(x / k \cdot a^x)$

  Parallelverschiebung: $P'(x / k \cdot a^x) \rightarrow x' = x + c \wedge y' = k \cdot a^x + d$

  $x' - c = x \wedge y' = k \cdot a^{x' - c} + d \rightarrow P'(x / k \cdot a^{x' - c} + d)$

  Die Gleichung der **Bildfunktion** hat dann die Form $y = k \cdot a^{x - c} + d$. Alle Eigenschaften der Grundfunktion $y = a^x$ verändern sich entsprechend den Abbildungen!

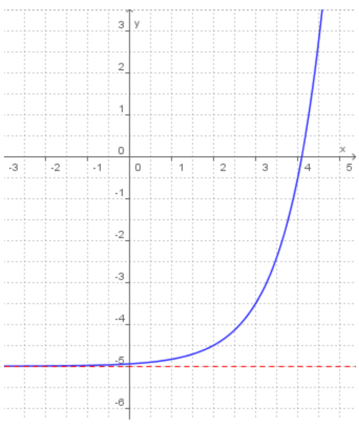
- Beispiele abgebildeter Exponentialfunktionen:

  f_1: $y = 0{,}5 \cdot 3^{x-2} - 5$; D = R, W = { y | y > - 5 } ; Asymptote x = - 5

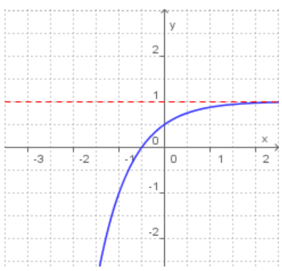
  f_2: $y = -2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} + 1$; D = R, W = { y | y > 1} ; Asymptote x = 1

  f_3: $y = 1{,}5 \cdot 6^{x-4} + 0{,}5$; D = R, W = { y | y > 0,5 } ; Asymptote x = 0,5

f_1:



f_2:



f_3: